

Model wyborów, sondaży i podzielonego społeczeństwa

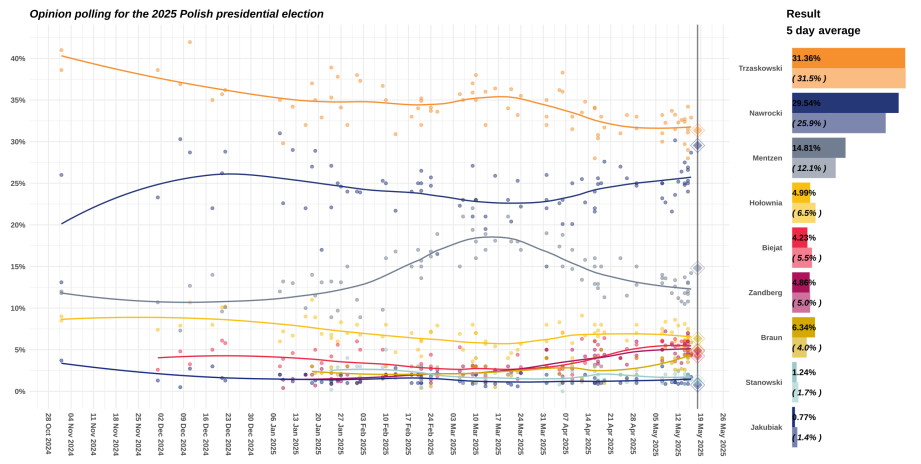
O. Devauchelle, P. Szymczak, P. Nowakowski, *Dislike of general opinion makes for tight elections*, PHYSICAL REVIEW E 109, 044106 (2024)

Jarowit Śledziński

MIM UW

5-7 grudnia 2025

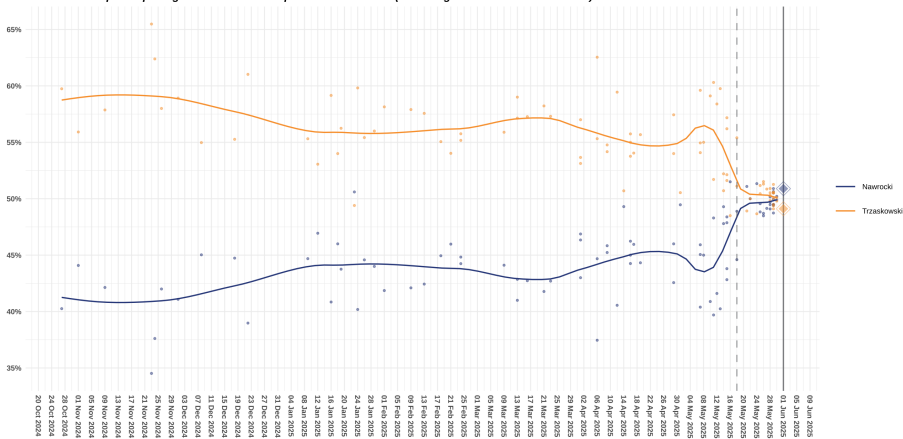
Nawrocki vs. Trzaskowski 2025



Rysunek: Wyniki sondaży wyborów prezydenckich od października 2024 do pierwszej tury głosowania 18 maja 2025.

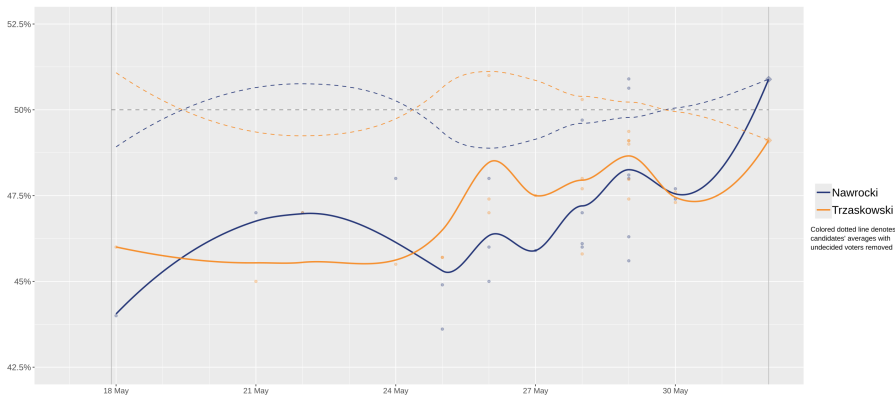
Nawrocki vs. Trzaskowski 2025

Head-to-head opinion polling for the 2025 Polish presidential election (excluding don't knows and abstains)



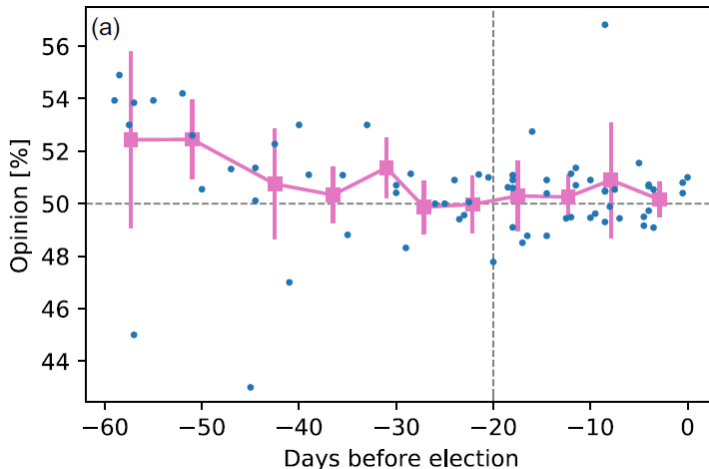
Rysunek: Wyniki sondaży wyborów prezydenckich przeskalowane do rywalizacji Nawrocki–Trzaskowski od października 2024 do czerwca 2025.

Nawrocki vs. Trzaskowski 2025



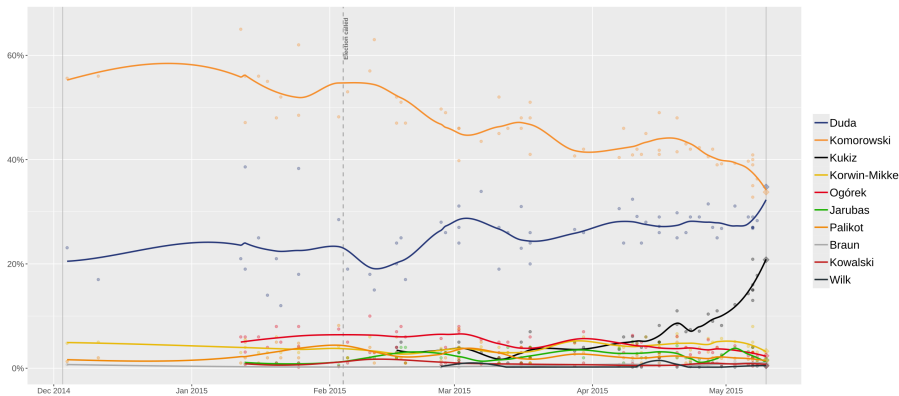
Rysunek: Wyniki sondaży Nawrocki–Trzaskowski między pierwszą turą wyborów wyborów prezydenckich (18 maja 2025) a drugą turą (1 czerwca 2025).

Duda vs. Trzaskowski 2020



Rysunek: Wyniki sondaży poparcia dla Andrzeja Dudy na 60 dni przed drugą turą wyborów wyborów prezydenckich 12 lipca 2020.

Duda vs. Komorowski 2015



Rysunek: Wyniki sondaży wyborów prezydenckich od grudnia 2014 do pierwszej tury głosowania 10 maja 2015.

Jak zamodelować wybory?

Rozważamy tylko wybory binarne i zakładamy:

Jak zamodelować wybory?

Rozważamy tylko wybory binarne i zakładamy:

- identyczność wyborców,

Jak zamodelować wybory?

Rozważamy tylko wybory binarne i zakładamy:

- identyczność wyborców,
- symetrię obu stron głosu,

Jak zamodelować wybory?

Rozważamy tylko wybory binarne i zakładamy:

- identyczność wyborców,
- symetrię obu stron głosu,
rozważmy fikcyjne partie Zielonych i Czerwonych



- symetrię i jednorodność relacji międzyludzkich,

Jak zamodelować wybory?

Rozważamy tylko wybory binarne i zakładamy:

- identyczność wyborców,
- symetrię obu stron głosu,
rozważmy fikcyjne partie Zielonych i Czerwonych



- symetrię i jednorodność relacji międzyludzkich,
- zmiana zdania losowa, proporcjonalna do ...

Jak zamodelować wybory?

Rozważamy tylko wybory binarne i zakładamy:

- identyczność wyborców,
- symetrię obu stron głosu,
rozważmy fikcyjne partie Zielonych i Czerwonych



- symetrię i jednorodność relacji międzyludzkich,
- zmiana zdania losowa, proporcjonalna do ... czegoś,

Jak zamodelować wybory?

Rozważamy tylko wybory binarne i zakładamy:

- identyczność wyborców,
- symetrię obu stron głosu,
rozważmy fikcyjne partie Zielonych i Czerwonych



- symetrię i jednorodność relacji międzyludzkich,
- zmianę zdania losowa, proporcjonalna do ... czegoś,
- każdy głosuje,

Jak zamodelować wybory?

Rozważamy tylko wybory binarne i zakładamy:

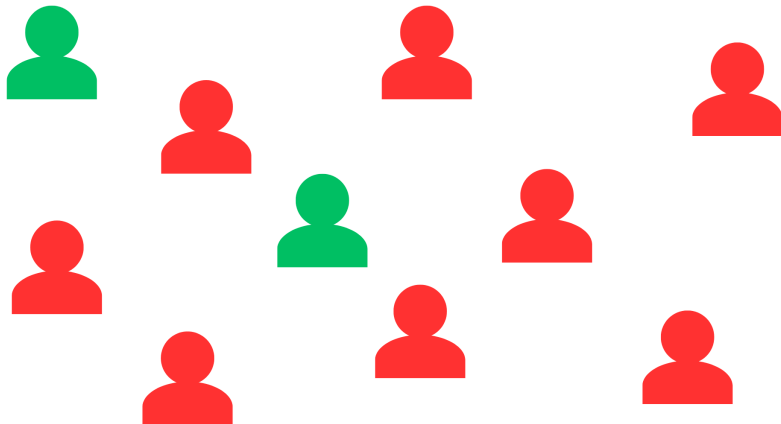
- identyczność wyborców,
- symetrię obu stron głosu,
rozważmy fikcyjne partie Zielonych i Czerwonych



- symetrię i jednorodność relacji międzyludzkich,
- zmiana zdania losowa, proporcjonalna do ... czegoś,
- każdy głosuje,
- uśrednianie?

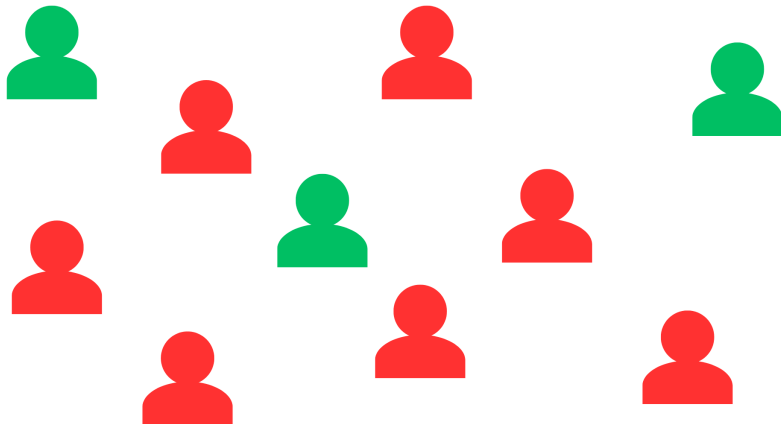
Najprostszy model - rzut monetą

Jakieś warunki początkowe i losowa ($\frac{1}{2}/\frac{1}{2}$) zmiana zdania.



Najprostszy model - rzut monetą

Jakieś warunki początkowe i losowa ($\frac{1}{2}/\frac{1}{2}$) zmiana zdania.



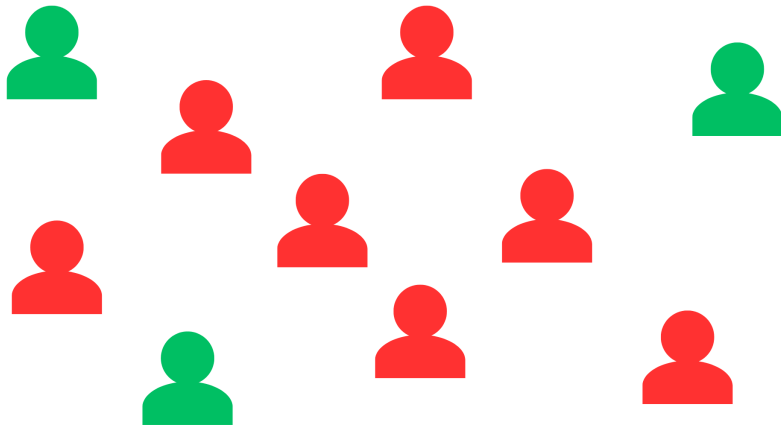
Najprostszy model - rzut monetą

Jakieś warunki początkowe i losowa ($\frac{1}{2}/\frac{1}{2}$) zmiana zdania.



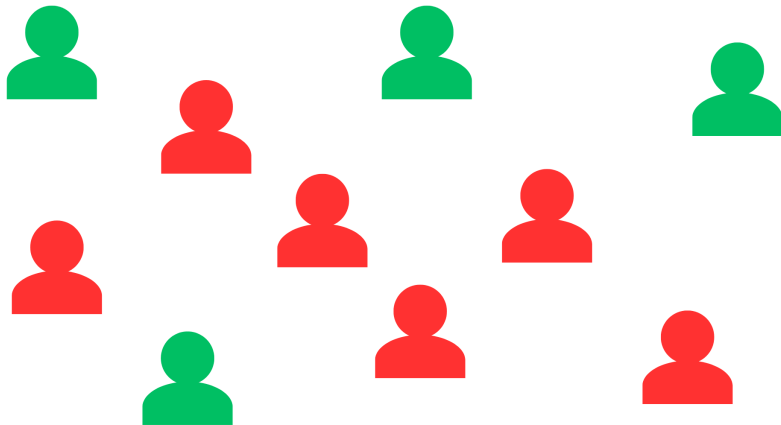
Najprostszy model - rzut monetą

Jakieś warunki początkowe i losowa ($\frac{1}{2}/\frac{1}{2}$) zmiana zdania.



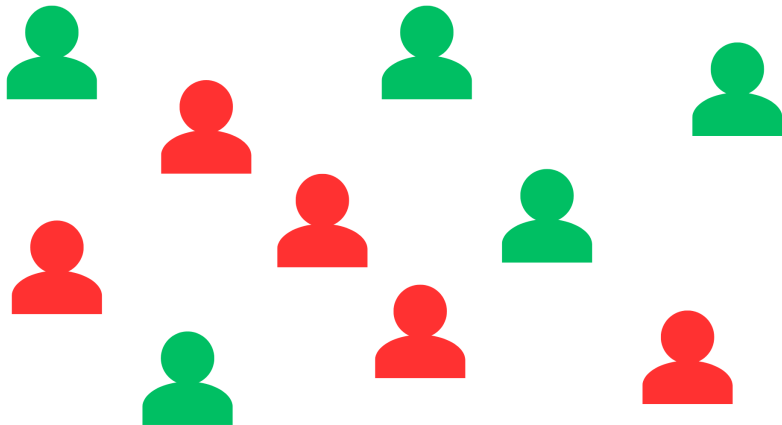
Najprostszy model - rzut monetą

Jakieś warunki początkowe i losowa ($\frac{1}{2}/\frac{1}{2}$) zmiana zdania.



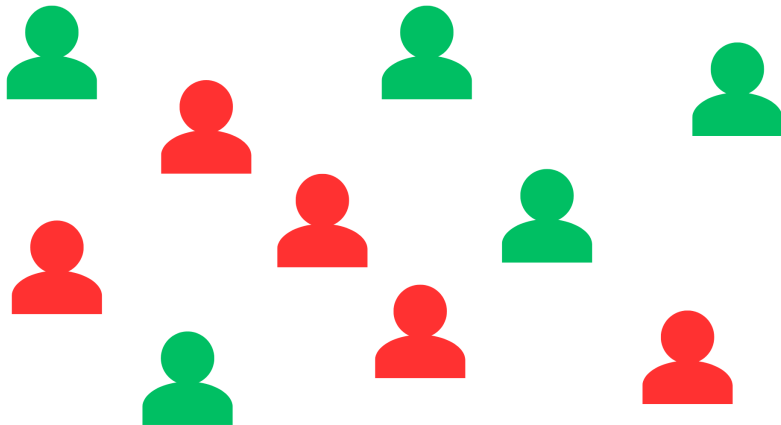
Najprostszy model - rzut monetą

Jakieś warunki początkowe i losowa ($\frac{1}{2}/\frac{1}{2}$) zmiana zdania.



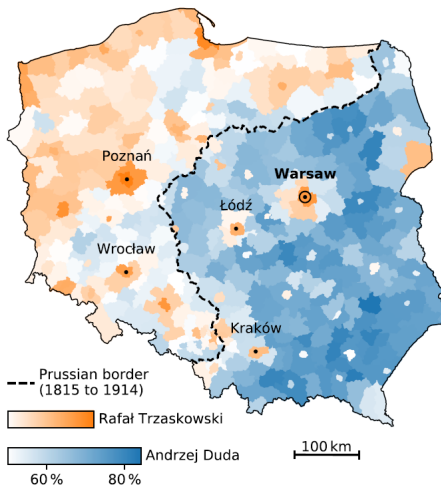
Najprostszy model - rzut monetą

Jakieś warunki początkowe i losowa ($\frac{1}{2}/\frac{1}{2}$) zmiana zdania.



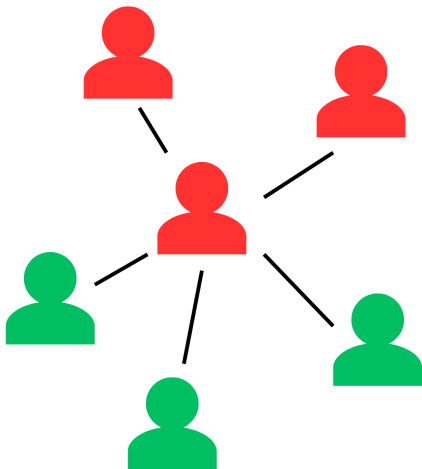
Relaksacja na 50/50 i fluktuacje.

Nie to obserwujemy!

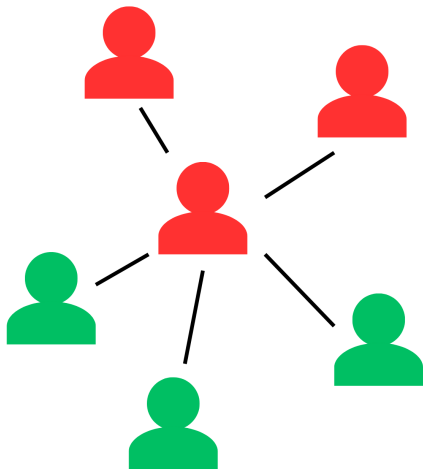


Rysunek: Wyniki wyborów prezydenckich 2020.

Model zgodności

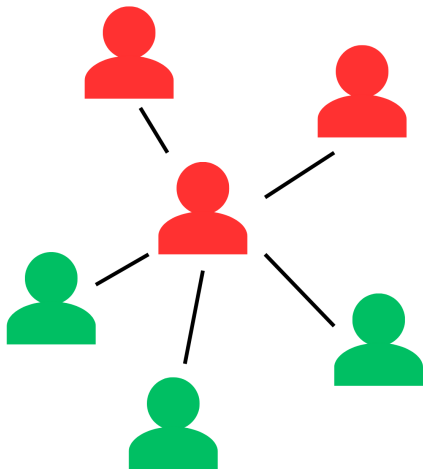


Model zgodności



Preferuję głos taki, jak większość
mojego otoczenia, bardziej im
większa dysproporcja.

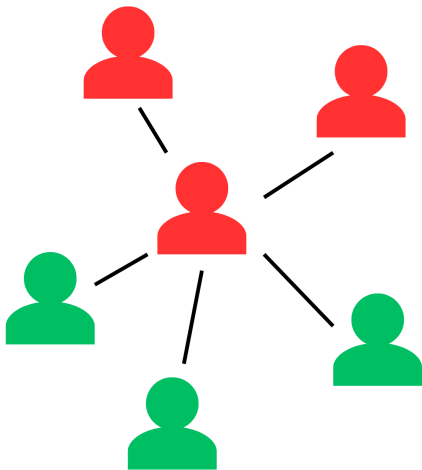
Model zgodności



Preferuję głos taki, jak większość
mojego otoczenia, bardziej im
większa dysproporcja.

Układy fizyczne preferują stany o
niższej energii, bardziej im większa
dysproporcja.

Model zgodności

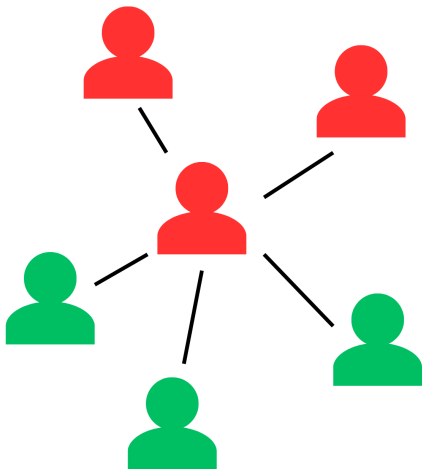


Preferuję głos taki, jak większość
mojego otoczenia, bardziej im
większa dysproporcja.

Układy fizyczne preferują stany o
niższej energii, bardziej im większa
dysproporcja.

Dlatego powiedzmy, że relacja
międzyludzka ma energię

Model zgodności

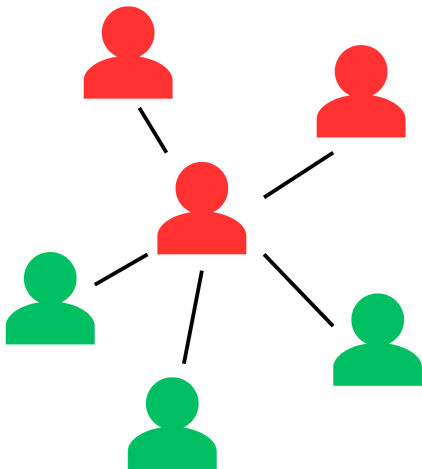


Preferuję głos taki, jak większość
mojego otoczenia, bardziej im
większa dysproporcja.

Układy fizyczne preferują stany o
niższej energii, bardziej im większa
dysproporcja.

Dlatego powiedzmy, że relacja
międzyludzka ma energię
—1 jeśli ludzie są zgodni

Model zgodności



Preferuję głos taki, jak większość
mojego otoczenia, bardziej im
większa dysproporcja.

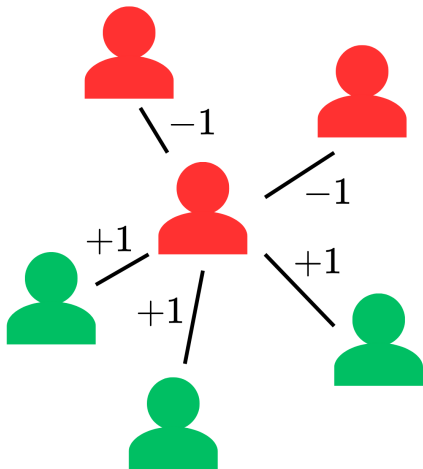
Układy fizyczne preferują stany o
niższej energii, bardziej im większa
dysproporcja.

Dlatego powiedzmy, że relacja
międzyludzka ma energię

−1 jeśli ludzie są zgodni

+1 jeśli nie

Model zgodności



Preferuję głos taki, jak większość
mojego otoczenia, bardziej im
większa dysproporcja.

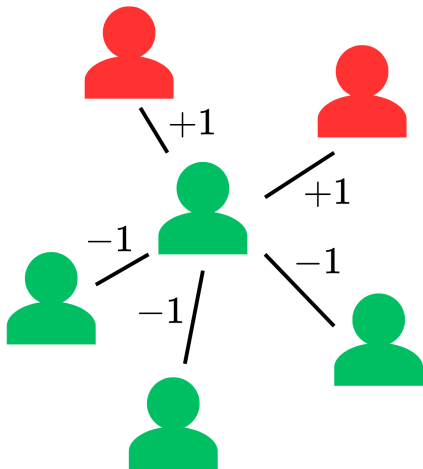
Układy fizyczne preferują stany o
niższej energii, bardziej im większa
dysproporcja.

Dlatego powiedzmy, że relacja
międzyludzka ma energię

−1 jeśli ludzie są zgodni

+1 jeśli nie

Model zgodności



Preferuję głos taki, jak większość
mojego otoczenia, bardziej im
większa dysproporcja.

Układy fizyczne preferują stany o
niższej energii, bardziej im większa
dysproporcja.

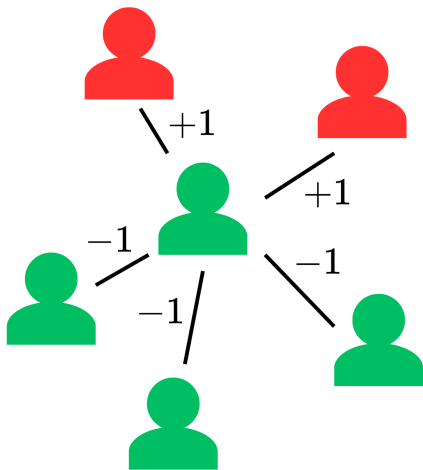
Dlatego powiedzmy, że relacja
międzyludzka ma energię

−1 jeśli ludzie są zgodni

+1 jeśli nie

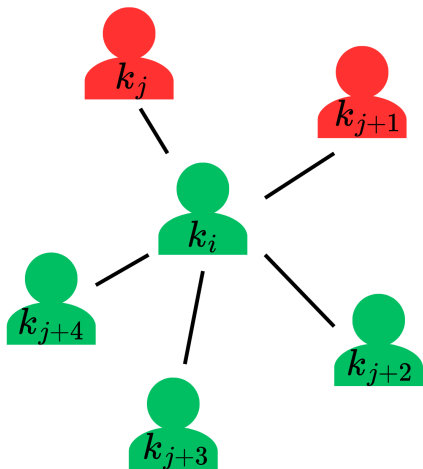
Model zgodności

Populacja N osobowa, każdy ma kolor $k_i \in \{-1, +1\}$, $i = 1, 2, \dots, N$



Model zgodności

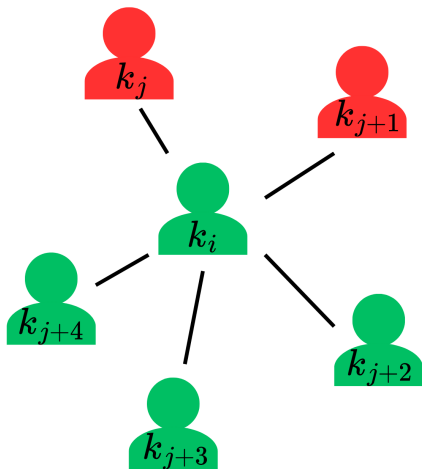
Populacja N osobowa, każdy ma kolor $k_i \in \{-1, +1\}$, $i = 1, 2, \dots, N$



Model zgodności

Populacja N osobowa, każdy ma kolor $k_i \in \{-1, +1\}$, $i = 1, 2, \dots, N$

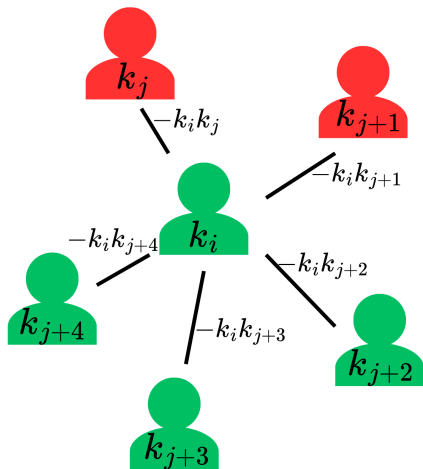
Energia relacji i z j to $-k_i k_j$



Model zgodności

Populacja N osobowa, każdy ma kolor $k_i \in \{-1, +1\}$, $i = 1, 2, \dots, N$

Energia relacji i z j to $-k_i k_j$



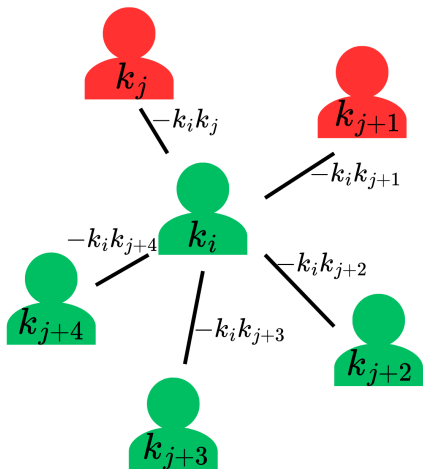
Model zgodności

Populacja N osobowa, każdy ma kolor $k_i \in \{-1, +1\}$, $i = 1, 2, \dots, N$

Energia relacji i z j to $-k_i k_j$

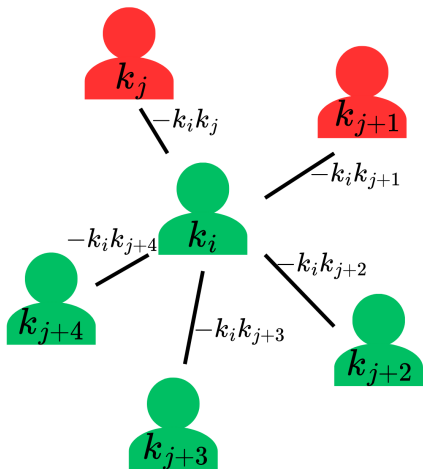
Energia i -tego wyborcy to

$$H_i = - \sum_{j \text{ znani } i} k_i k_j$$



Model zgodności

Populacja N osobowa, każdy ma kolor $k_i \in \{-1, +1\}$, $i = 1, 2, \dots, N$



Energia relacji i z j to $-k_i k_j$

Energia i -tego wyborcy to

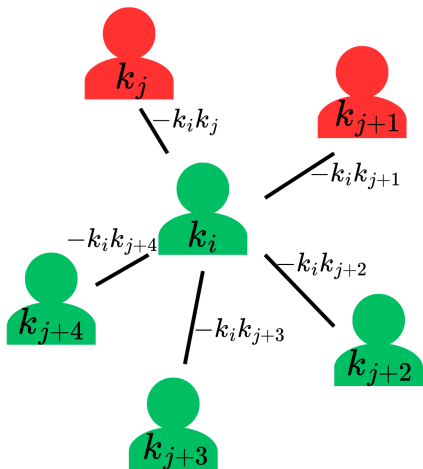
$$H_i = - \sum_{j \text{ znani } i} k_i k_j$$

Energia i -tego wyborcy po zmianie zdania to $H'_i = - \sum_j (-k_i) k_j$

Różnica energii $\Delta E_i = H'_i - H_i$

Model zgodności

Populacja N osobowa, każdy ma kolor $k_i \in \{-1, +1\}$, $i = 1, 2, \dots, N$



Energia relacji i z j to $-k_i k_j$

Energia i -tego wyborcy to

$$H_i = - \sum_{j \text{ znani } i} k_i k_j$$

Energia i -tego wyborcy po zmianie zdania to $H'_i = - \sum_j (-k_i) k_j$

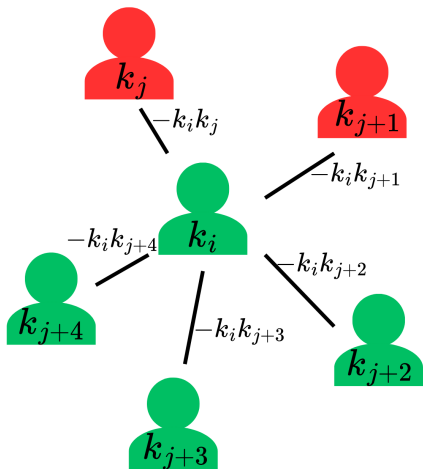
Różnica energii $\Delta E_i = H'_i - H_i$

Niech szansa na zmianę głosu to

$$p = \frac{1}{1 + e^{\Delta E_i / T}}$$

Model zgodności

Populacja N osobowa, każdy ma kolor $k_i \in \{-1, +1\}$, $i = 1, 2, \dots, N$



Energia relacji i z j to $-k_i k_j$

Energia i -tego wyborcy to

$$H_i = - \sum_{j \text{ znani } i} k_i k_j$$

Energia i -tego wyborcy po zmianie zdania to $H'_i = - \sum_j (-k_i) k_j$

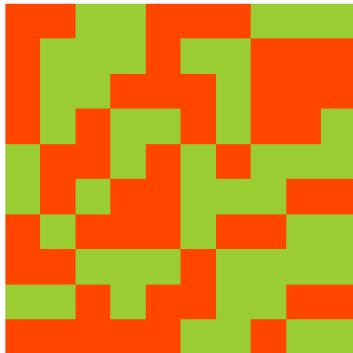
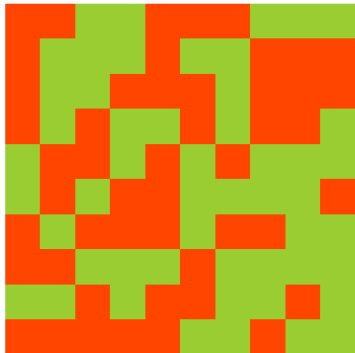
Różnica energii $\Delta E_i = H'_i - H_i$

Niech szansa na zmianę głosu to

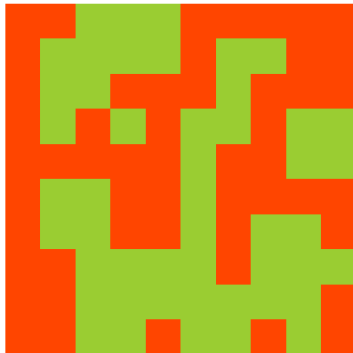
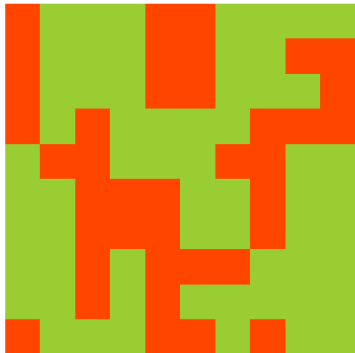
$$p = \frac{1}{1 + e^{\Delta E_i / T}}$$

T – "temperatura" (miara chaosu).

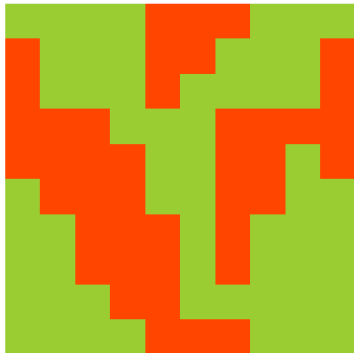
Stany podstawowe są jednokolorowe!



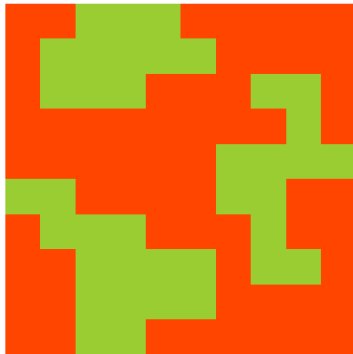
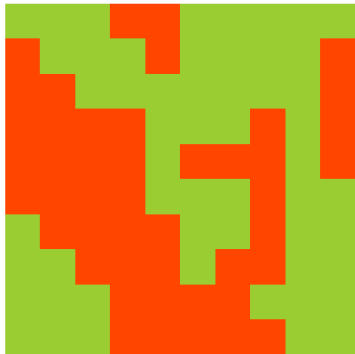
Stany podstawowe są jednokolorowe!



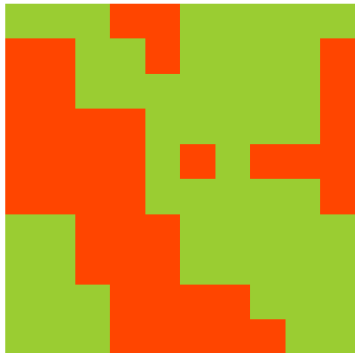
Stany podstawowe są jednokolorowe!



Stany podstawowe są jednokolorowe!



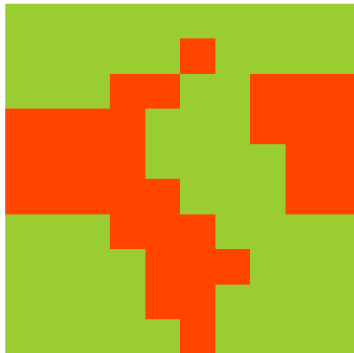
Stany podstawowe są jednokolorowe!



Stany podstawowe są jednokolorowe!



Stany podstawowe są jednokolorowe!



Stany podstawowe są jednokolorowe!



Stany podstawowe są jednokolorowe!



Stany podstawowe są jednokolorowe!



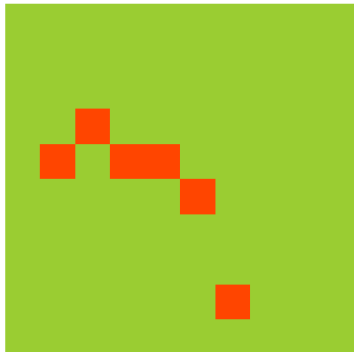
Stany podstawowe są jednokolorowe!



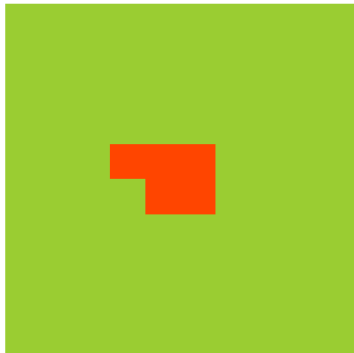
Stany podstawowe są jednokolorowe!



Stany podstawowe są jednokolorowe!



Stany podstawowe są jednokolorowe!

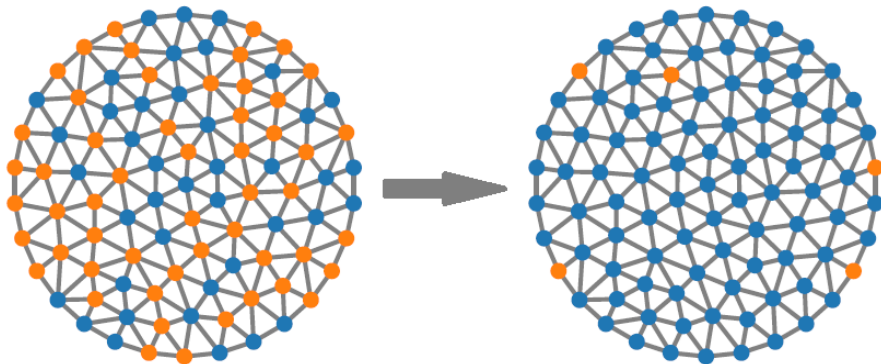


Stany podstawowe są jednokolorowe!



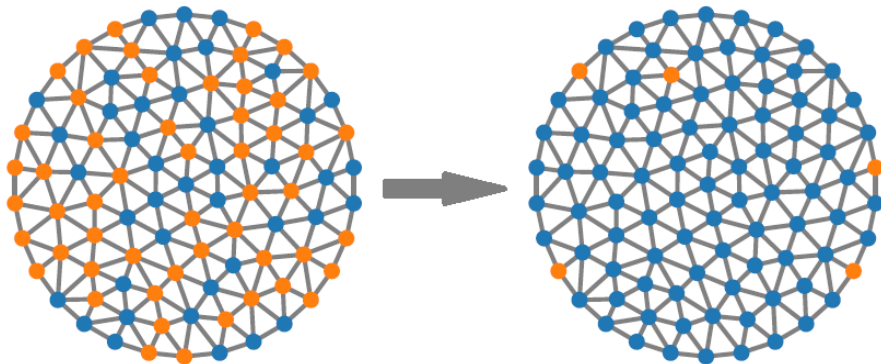
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu zgodności. Te same warunki początkowe mogą prowadzić do różnych stanów podstawowych.

Stany podstawowe są jednokolorowe!



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu zgodności.

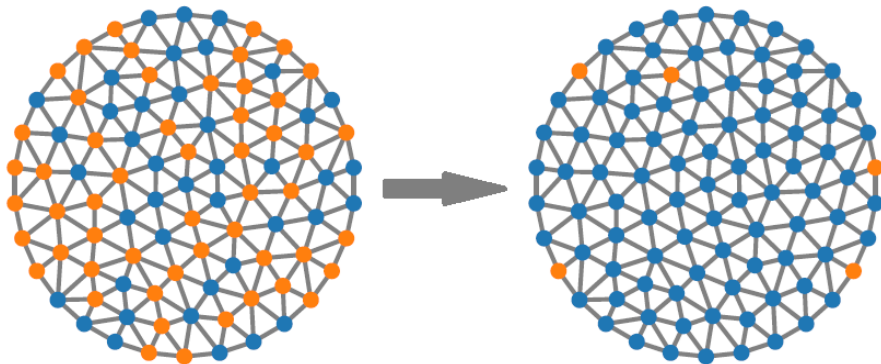
Stany podstawowe są jednokolorowe!



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu zgodności.

Minimalizacja różnych opinii, czyli zbiegamy do globalnej zgody.

Stany podstawowe są jednokolorowe!



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu zgodności.

Minimalizacja różnych opinii, czyli zbiegamy do globalnej zgody.
Nie to obserwujemy!

Stan termiczny

W wysokich temperaturach występuje też stan termiczny - losowość dominuje nad porządkowaniem.

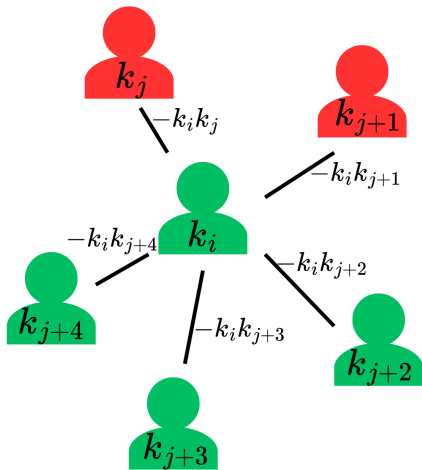
Stan termiczny

W wysokich temperaturach występuje też stan termiczny - losowość dominuje nad porządkowaniem.



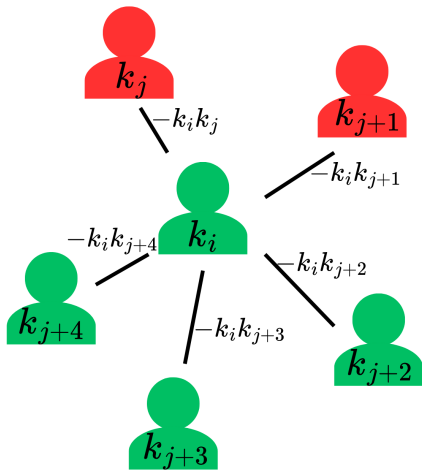
Rysunek: Stan termiczny modelu zgodności.

Model przekory



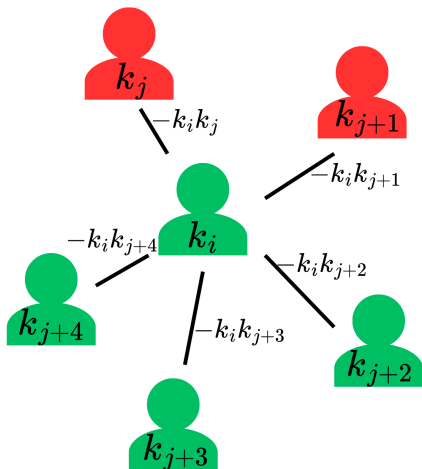
Model przekory

- Wynik sondaży $\bar{k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i \in [-1, 1]$ wszyscy widzą $\sim$ ten sam,



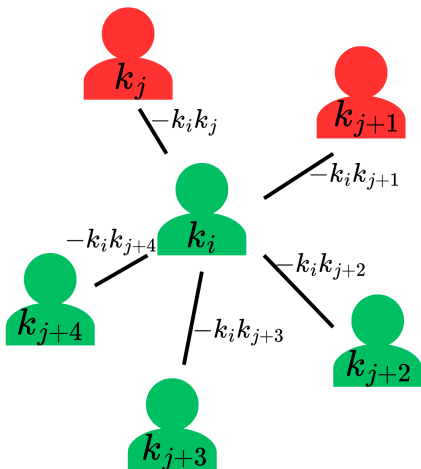
Model przekory

- Wynik sondaży $\bar{k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i \in [-1, 1]$ wszyscy widzą $\sim$ ten sam,
- Występuje tendencja zmiany głosu na przeciwny faworytowi,



Model przekory

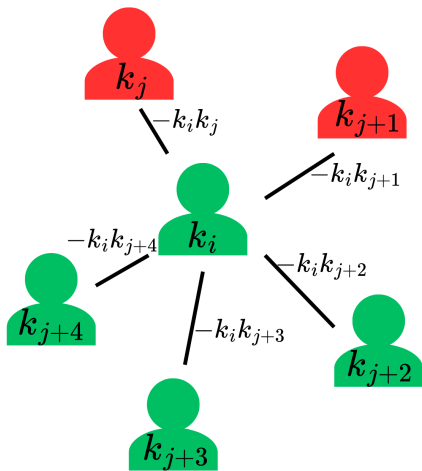
- Wynik sondaży $\bar{k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i \in [-1, 1]$ wszyscy widzą $\sim$ ten sam,
- Występuje tendencja zmiany głosu na przeciwny faworytowi,



Dodajmy do Hamiltonianu człon
przekory wobec głosowania na
faworyta: $\epsilon \bar{k} k_i$

Model przekory

- Wynik sondaży $\bar{k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i \in [-1, 1]$ wszyscy widzą $\sim$ ten sam,
- Występuje tendencja zmiany głosu na przeciwny faworytowi,



Dodajmy do Hamiltonianu człon
przekory wobec głosowania na
faworyta: $\epsilon \bar{k} k_i$

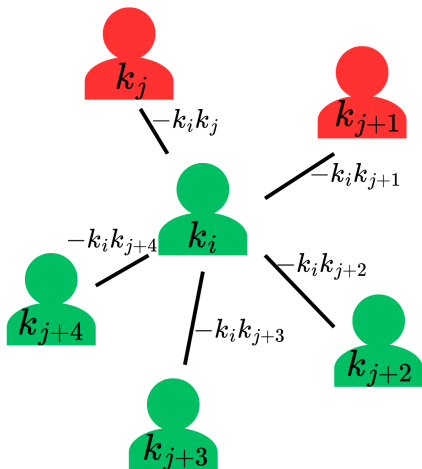
$$H_i = - \left(\sum_{j \text{ znani } i} k_i k_j \right) + \epsilon \bar{k} k_i$$

$$p_i = \frac{e^{-\Delta E_i / T}}{1 + e^{-\Delta E_i / T}}$$

$\epsilon > 0$ – współczynnik przekory,

Model przekory

- Wynik sondaży $\bar{k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i \in [-1, 1]$ wszyscy widzą $\sim$ ten sam,
- Występuje tendencja zmiany głosu na przeciwny faworytowi,



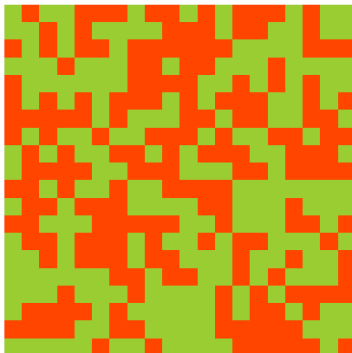
Dodajmy do Hamiltonianu człon
przekory wobec głosowania na
faworyta: $\epsilon \bar{k} k_i$

$$H_i = - \left(\sum_{j \text{ znani } i} k_i k_j \right) + \epsilon \bar{k} k_i$$

$$p_i = \frac{e^{-\Delta E_i / T}}{1 + e^{-\Delta E_i / T}}$$

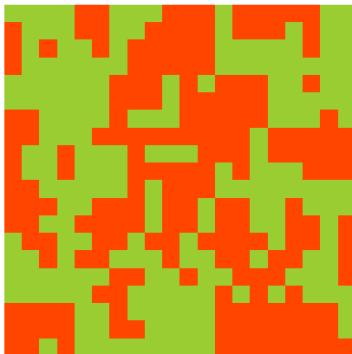
$\epsilon > 0$ – współczynnik przekory,
 $50/50 \rightarrow \bar{k} \approx 0 \rightarrow$ znikomy wpływ,
 $20/80 \rightarrow$ istotny wpływ.

Model przekory



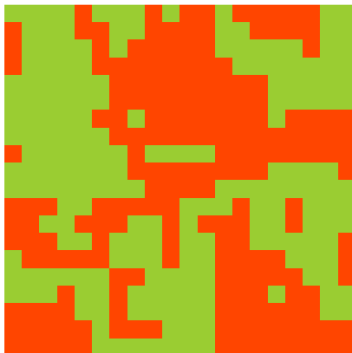
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



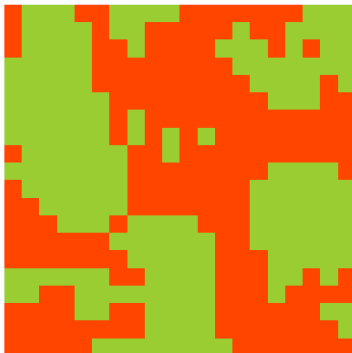
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



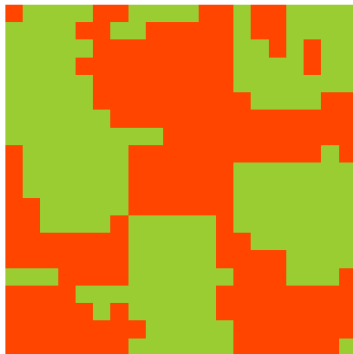
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



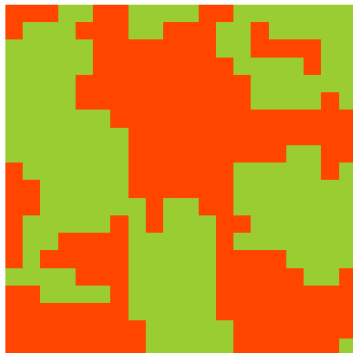
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



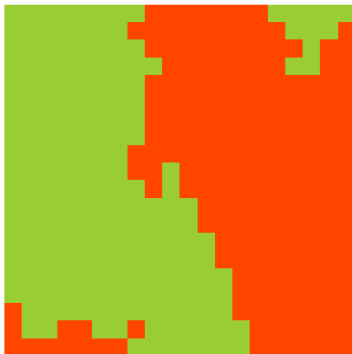
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



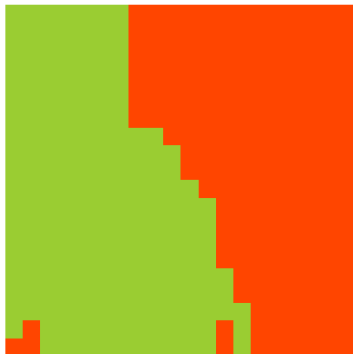
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



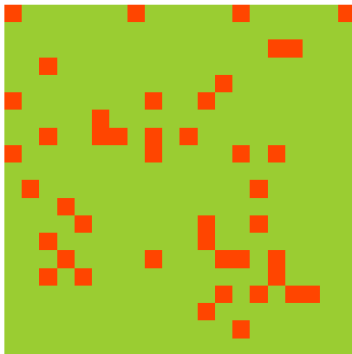
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



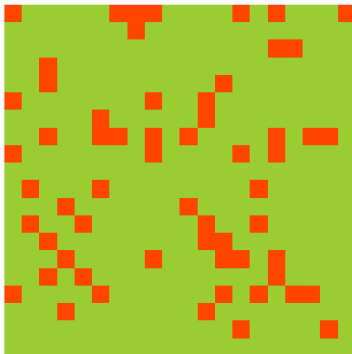
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



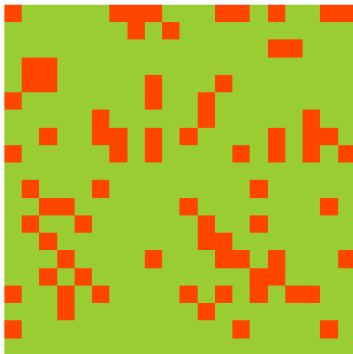
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



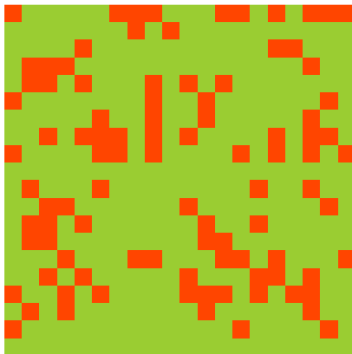
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



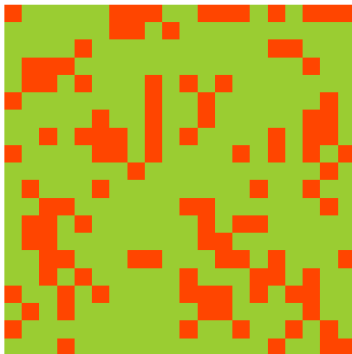
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



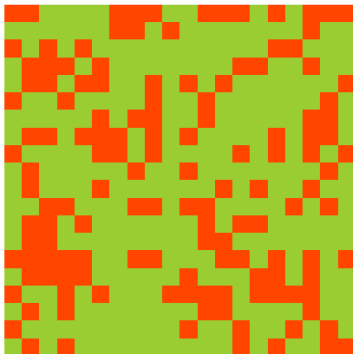
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



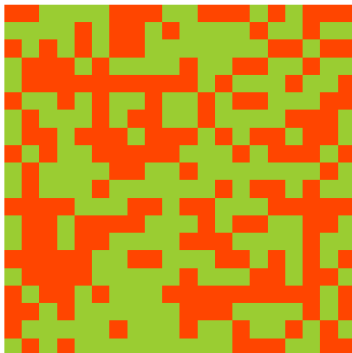
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



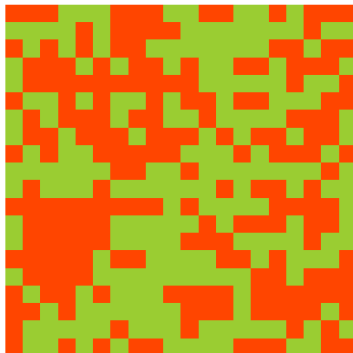
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



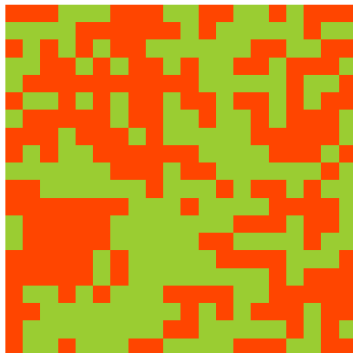
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



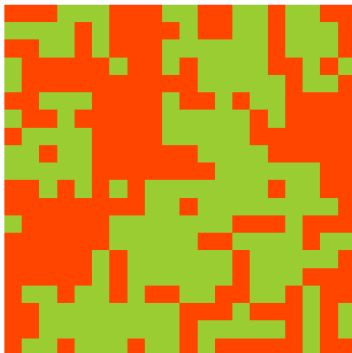
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



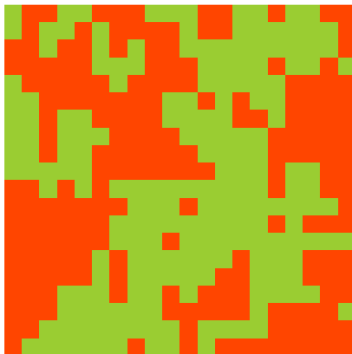
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



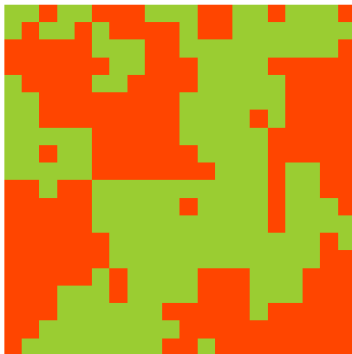
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



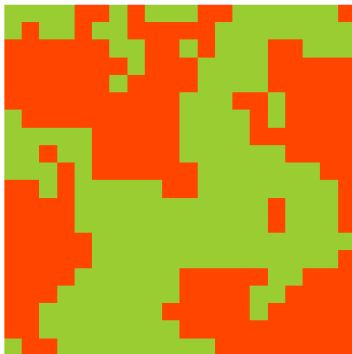
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



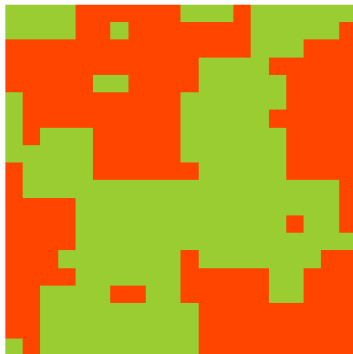
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



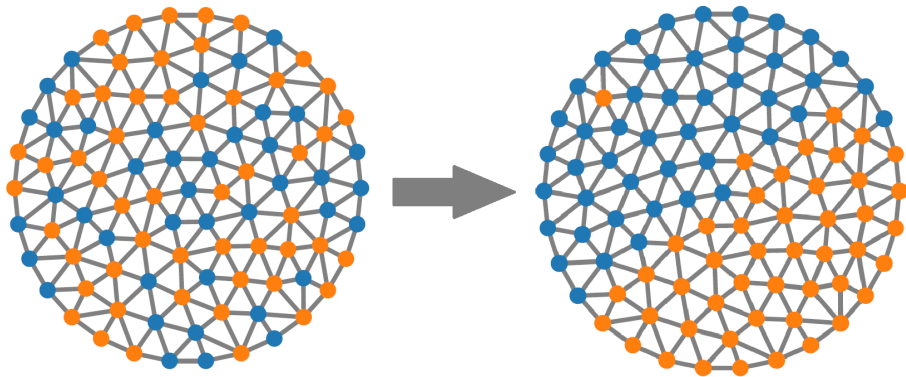
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



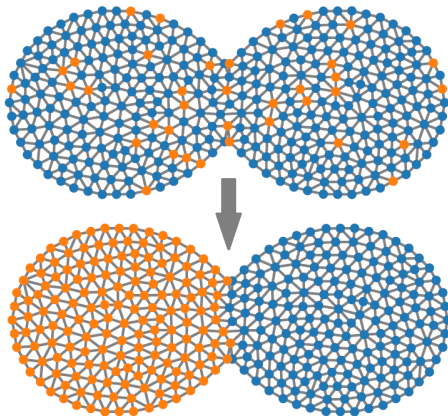
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



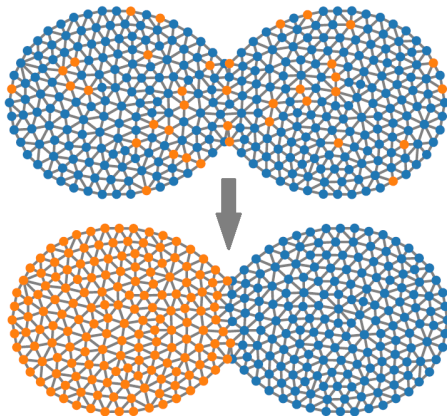
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory.

Model przekory



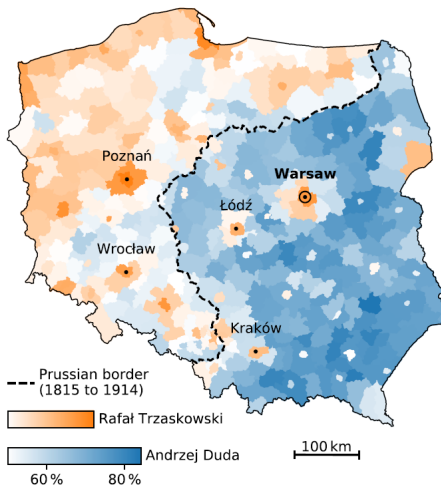
Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory na sieci z lokalnie słabszymi relacjami.

Model przekory

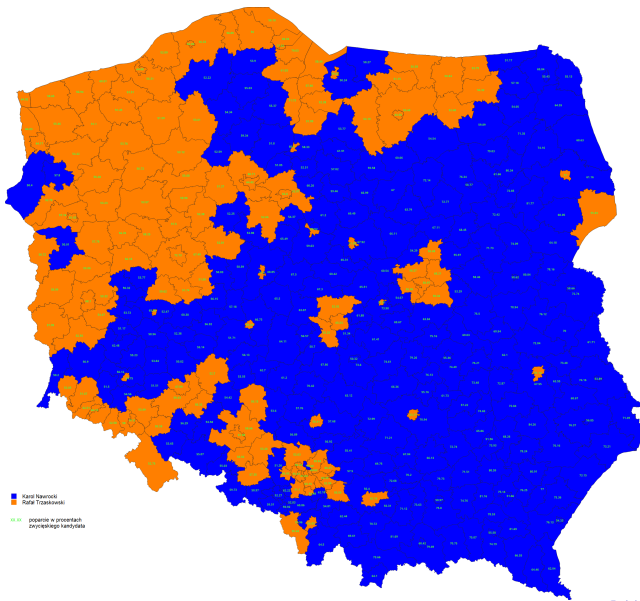


Rysunek: Ewolucja elektoratu w modelu przekory na sieci z lokalnie słabszymi relacjami.

Granica ustala się w miejscu o najniższej energii.



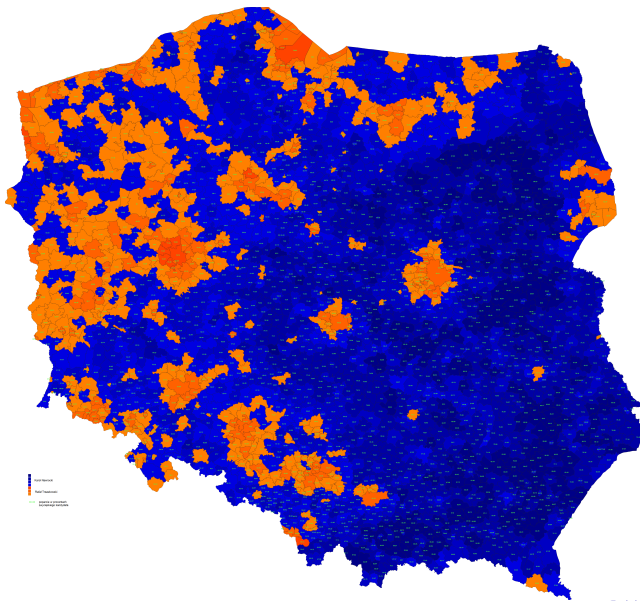
Rysunek: Wyniki wyborów prezydenckich 2020.



Wyniki wyborów
prezydenckich 2025,
mapa powiatów.

Niebieski:
Karol Nawrocki
50,89%.

Pomarańczowy:
Rafał Trzaskowski
49,11 %.



Wyniki wyborów
prezydenckich 2025,
mapa gmin.

Niebieski:
Karol Nawrocki
50,89%.

Pomarańczowy:
Rafał Trzaskowski
49,11 %.

Związek z fizyką

Omawiany model to wprost model Isinga (z dziwnym Hamiltonianem).

Związek z fizyką

Omawiany model to wprost model Isinga (z dziwnym Hamiltonianem).

W modelu Isinga badamy oddziaływanie spinów na kracie $\mathbb{Z}^n$.

Związek z fizyką

Omawiany model to wprost model Isinga (z dziwnym Hamiltonianem).

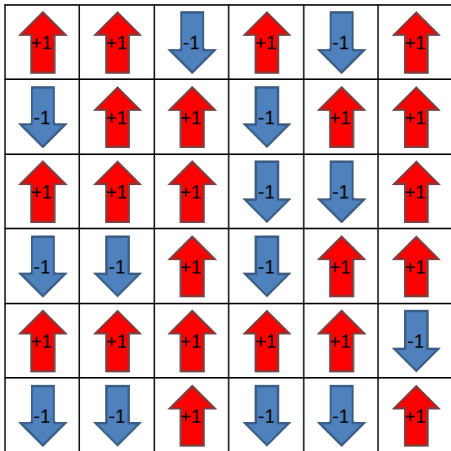
W modelu Isinga badamy oddziaływanie spinów na kracie $\mathbb{Z}^n$.

Związek z fizyką

Omawiany model to wprost model Isinga (z dziwnym Hamiltonianem).

W modelu Isinga badamy oddziaływanie spinów na kracie $\mathbb{Z}^n$.

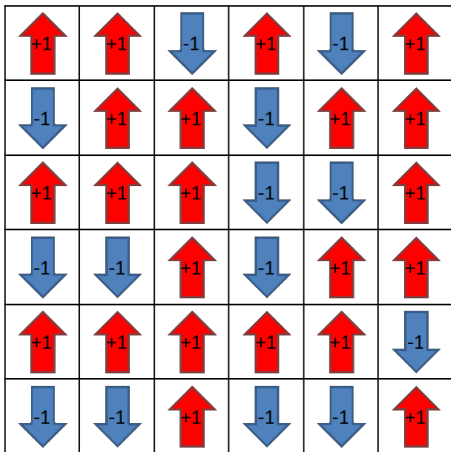


- prosty model ferromagnetyzmu,
- obcięcie oddziaływań: tylko z sąsiadami na kracie,
- ściśle rozwiązanie dla sieci 2D (Onsager, 1944),

Związek z fizyką

Omawiany model to wprost model Isinga (z dziwnym Hamiltonianem).

W modelu Isinga badamy oddziaływanie spinów na kracie $\mathbb{Z}^n$.

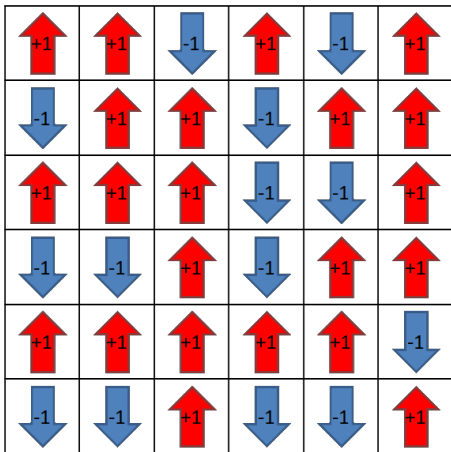


- prosty model ferromagnetyzmu,
- obcięcie oddziaływań: tylko z sąsiadami na kracie,
- ścisłe rozwiązanie dla sieci 2D (Onsager, 1944),
- przejście fazowe: temperatura Curie,

Związek z fizyką

Omawiany model to wprost model Isinga (z dziwnym Hamiltonianem).

W modelu Isinga badamy oddziaływanie spinów na kracie $\mathbb{Z}^n$.



- prosty model ferromagnetyzmu,
- obcięcie oddziaływań: tylko z sąsiadami na kracie,
- ścisłe rozwiązanie dla sieci 2D (Onsager, 1944),
- przejście fazowe: temperatura Curie,
- skutecznie opisuje pewne rzeczywiste układy (np. ferromagnetyzm $Cr_2Si_2Te_6$).

Podsumowanie - to tylko model!

Bibliografia

- O. Devauchelle, P. Szymczak, P. Nowakowski, *Dislike of general opinion makes for tight elections*, PHYSICAL REVIEW E 109, 044106 (2024)

Bibliografia

- O. Devauchelle, P. Szymczak, P. Nowakowski, *Dislike of general opinion makes for tight elections*, PHYSICAL REVIEW E 109, 044106 (2024)
- <https://www.tbeardsley.com/projects/montecarlo/ising2d>

Bibliografia

- O. Devauchelle, P. Szymczak, P. Nowakowski, *Dislike of general opinion makes for tight elections*, PHYSICAL REVIEW E 109, 044106 (2024)
- <https://www.tbeardsley.com/projects/montecarlo/ising2d>
- https://en.wikipedia.org/wiki/Opinion_polling_for_the_2025_Polish_presidential_election
https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Opinion_polling_for_the_2020_Polish_presidential_election&oldid=1059072751
https://en.wikipedia.org/wiki/2015_Polish_presidential_election
Plik:Wyniki II tury wyborów w poszczególnych gminach.png
Plik:Mapa wyników wyborów w poszczególnych powiatach.png

Dziękuję za uwagę!

